

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LƯƠNG THỊ THANH NGÀ

VẬN DỤNG TÍNH CHẤT SỐ PHỨC
VÀO GIẢI MỘT SỐ ĐỀ THI
HỌC SINH GIỎI TOÁN
(PHẦN HÌNH HỌC)

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2016

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

LƯƠNG THỊ THANH NGÀ

VẬN DỤNG TÍNH CHẤT SỐ PHỨC
VÀO GIẢI MỘT SỐ ĐỀ THI
HỌC SINH GIỎI TOÁN
(PHẦN HÌNH HỌC)

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

Chuyên ngành: PHƯƠNG PHÁP TOÁN SỐ CẤP
Mã số: 60 46 01 13

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
PGS. TS. TRỊNH THANH HẢI

THÁI NGUYÊN - 2016

Mục lục

Danh sách hình vẽ	iii
Mở đầu	1
1 Kiến thức chuẩn bị	3
1.1 Sơ lược về số phức	3
1.1.1 Định nghĩa	3
1.1.2 Biểu diễn đại số của số phức	4
1.1.3 Biểu diễn hình học của số phức	5
1.1.4 Dạng lượng giác của số phức	6
1.2 Sơ lược về các phép biến hình phức	8
1.2.1 Phép tịnh tiến	8
1.2.2 Phép quay	9
1.2.3 Phép vị tự	10
1.2.4 Phép đối xứng trục	10
1.2.5 Phép nghịch đảo	11
1.2.6 Tích của các phép biến hình	12
1.3 Biểu diễn dạng phức của một số yếu tố hình học	14
1.3.1 Phương trình tổng quát của đường tròn	14
1.3.2 Hai đoạn thẳng vuông góc và hai đoạn thẳng song song . .	16
1.3.3 Chân đường vuông góc ở dây cung	16
1.3.4 Tọa độ phức của những điểm đặc biệt trong tam giác . . .	17
1.3.5 Điều kiện các tam giác đồng dạng	18

1.3.6	Khoảng cách giữa hai điểm	19
1.3.7	Công thức tính diện tích	19
2	Vận dụng tính chất của số phức vào giải một số bài tập hình học	21
2.1	Dạng bài toán liên quan đến quỹ tích	21
2.2	Dạng bài toán liên quan đến đường tròn	23
2.3	Dạng bài toán liên quan đến đa giác	27
2.4	Dạng bài toán tính diện tích	39
2.5	Dạng bài toán xác định khoảng cách	43
	Kết luận	47
	Tài liệu tham khảo	47

Danh sách hình vẽ

1.1	Điểm $M(a; b)$ biểu diễn số phức $z = a + bi$	5
1.2	Điểm M biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2 = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$	6
1.3	Dạng lượng giác của số phức z	7
1.4	Phép tịnh tiến.	9
1.5	Phép quay.	9
1.6	Phép vị tự.	10
1.7	Phép đối xứng trục.	11
1.8	Phép nghịch đảo.	11
1.9	Tích của hai phép tịnh tiến.	12
1.10	Tích của hai phép quay.	13
1.11	Phương trình tổng quát của đường tròn.	14
1.12	Chân đường vuông góc ở dây cung.	17
1.13	Tọa độ phức của trực tâm tam giác ABC	18
2.1	Bài toán 2.1.1.	21
2.2	Bài toán 2.1.2	22
2.3	Bài toán 2.2.1.	23
2.4	Bài toán 2.2.2.	24
2.5	Bài toán 2.2.3.	25
2.6	Bài toán 2.2.4.	26
2.7	Bài toán 2.2.5	27
2.8	Bài toán 2.3.1	28

2.9	Bài toán 2.3.2.	29
2.10	Bài toán 2.3.4.	30
2.11	Bài toán 2.3.5	31
2.12	Bài toán 2.3.6.	32
2.13	Bài toán 2.3.7.	33
2.14	Bài toán 2.3.8	34
2.15	Bài toán 2.3.9.	35
2.16	Bài toán 2.3.10.	36
2.17	Bài toán 2.3.11.	38
2.18	Bài toán 2.3.12.	39
2.19	Bài toán 2.4.1	40
2.20	Bài toán 2.4.2.	41
2.21	Bài toán 2.4.3.	41
2.22	Bài toán 2.4.4.	42
2.23	Bài toán 2.4.5.	43
2.24	Bài toán 2.5.1.	44
2.25	Bài toán 2.5.2.	44
2.26	Bài toán 2.5.3.	45

Mở đầu

Từ các thế kỷ trước do nhu cầu phát triển của toán học về giải phương trình đại số mà số phức đã xuất hiện. Đã có nhiều nhà nghiên cứu về số phức và tìm cách biểu diễn hình học cho số phức, điển hình là Gauss, Hamilton,... Số phức được ứng dụng rộng rãi trong hình học, vật lý và nhiều ngành kĩ thuật khác.

Nhiều vấn đề của Hình học được đơn giản hóa một cách kì diệu khi nhìn dưới góc độ của số phức và việc ứng dụng số phức vào nghiên cứu Toán học nói chung và Hình học nói riêng đã được tiến hành từ lâu và đã thu được nhiều kết quả quan trọng. Đối với học sinh bậc THPT thì số phức là một nội dung còn mới mẻ, với thời lượng không nhiều, học sinh mới chỉ biết được những kiến thức rất cơ bản của số phức, việc khai thác các ứng dụng của số phức còn hạn chế, đặc biệt là việc sử dụng số phức như một phương tiện để giải các bài toán Hình học phẳng là một vấn đề khó, chỉ xuất hiện trong các đề thi học sinh giỏi. Tuy nhiên dạy cho học sinh khá giỏi biết ứng dụng số phức vào việc giải các bài toán Hình học phẳng có tác dụng lớn trong việc bồi dưỡng năng lực giải toán cho học sinh, đồng thời giúp học sinh khắc sâu, tổng hợp, hệ thống hóa được kiến thức cơ bản, dạng toán quen thuộc, giải quyết được một số bài toán khó, phức tạp chưa có thuật toán. Để đáp ứng được điều đó cũng đòi hỏi giáo viên phải có hiểu biết cần thiết, có cách nhìn sâu sắc hơn về các ứng dụng của Số phức.

Dưới sự hướng dẫn của PGS. TS. Trịnh Thanh Hải cùng với mong muốn nghiên cứu và tìm hiểu sâu sắc hơn về ứng dụng của số phức trong hình học, tôi đã chọn đề tài “***Vận dụng tính chất số phức vào giải một số đề thi học sinh giỏi toán (phần hình học)***” làm luận văn thạc sĩ.

Mục đích nghiên cứu: Vận dụng các tính chất của số phức vào giải quyết một số bài toán học sinh giỏi thường gặp trong các đề thi học sinh giỏi phổ thông.

Nhiệm vụ nghiên cứu:

- Tìm hiểu những tính chất của số phức có thể vận dụng vào các bài tập hình học.

- Sưu tầm các đề thi học sinh giỏi, bài toán dành cho học sinh khá giỏi và đưa ra lời giải theo hướng ứng dụng các tính chất của số phức.

Chương 1

Kiến thức chuẩn bị

Trong chương này, tôi trình bày một số kiến thức cơ bản về số phức, các phép biến hình,... Những kiến thức này được sử dụng để giải các bài tập hình học phẳng. Các nội dung này ta có thể tìm thấy trong [1-5].

1.1 Sơ lược về số phức

Nhà toán học Italia R. Bombelli (1526-1573) đã đưa ra định nghĩa đầu tiên về số phức, lúc đó được gọi là số "không thể có" hoặc "số ảo" trong công trình Đại số (Bologne, 1572) công bố ít lâu trước khi ông mất. Ông đã định nghĩa các số đó (số phức) khi nghiên cứu các phương trình bậc ba và đã đưa ra căn bậc hai của -1 .

Nhà toán học Pháp D'Alembert vào năm 1746 đã xác định được dạng tổng quát " $a + bi$ " của chúng, đồng thời chấp nhận nguyên lý tồn tại n nghiệm của một phương trình bậc n . Nhà toán học Thụy Sĩ L. Euler (1707-1783) đã đưa ra ký hiệu " i " để chỉ căn bậc hai của -1 và đến năm 1801 Gauss đã dùng lại ký hiệu này. Tên tuổi của Gauss cũng gắn liền với phép chứng minh chính xác đầu tiên đối với Định lý cơ bản của Đại số khẳng định rằng trong trường số phức \mathbb{C} mọi phương trình đa thức đều có nghiệm.

1.1.1 Định nghĩa

Định nghĩa 1.1.1 (Xem [1], tr. 19). Một cặp số thực có thứ tự (a, b) với $a, b \in \mathbb{R}$ được gọi là một số phức nếu trên tập hợp các cặp số đó có quan hệ bằng nhau, phép cộng và phép nhân được đưa vào theo các định nghĩa (tiên đề) sau đây.

i) Quan hệ đồng nhất trong tập số phức: $(a; b) = (c; d)$ khi và chỉ khi $a = c$ và

$b = d$.

ii) Phép cộng trong tập số phức: $(a; b) + (c; d) := (a + c; b + d)$ và cặp số $(a + c; b + d)$ được gọi là tổng của các cặp số $(a; b)$ và $(c; d)$.

iii) Phép nhân trong tập số phức: $(a; b)(c; d) := (ac - bd; ad + bc)$ và cặp $(ac - bd; ad + bc)$ được gọi là tích của các cặp $(a; b)$ và $(c; d)$.

iv) Số thực trong tập số phức: Cặp số $(a; 0)$ được đồng nhất với số thực a , nghĩa là

$$(a; 0) := a \text{ hay là } (a; 0) \equiv a.$$

Tập hợp các số phức được kí hiệu là \mathbb{C} và quy ước $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} \setminus (0, 0)$.

Như vậy, mọi phần của định nghĩa số phức đều được phát biểu bằng ngôn ngữ số thực và các phép toán trên chúng.

1.1.2 Biểu diễn đại số của số phức

Một số phức viết dưới dạng $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ gọi là *dạng đại số* của số phức. Số thực a được gọi là *phần thực* của z , kí hiệu là $\text{Re}(z)$, số thực b được gọi là *phần ảo* của z , kí hiệu là $\text{Im}(z)$ và thành phần i được gọi là đơn vị ảo với quy ước $i^2 = -1$.

Các phép cộng, trừ, nhân, chia những số phức viết dưới dạng biểu diễn đại số được định nghĩa như sau.

- i) $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$,
- ii) $(a + ib) - (c + id) = (a - c) + i(b - d)$,
- iii) $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$,
- iv) $\frac{(a + bi)}{(c + di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{ad - bc}{c^2 + d^2}i$.

Để thuận tiện thực hiện các phép tính và biến đổi số phức người ta đưa vào kí hiệu $\bar{z} = a - ib$ và gọi là liên hợp của $z = a + ib$. Những tính chất sau đây thường dùng đối với số phức liên hợp.

- i) $z + \bar{z} = 2a$,
- ii) $z \cdot \bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2$,
- iii) $\overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2$, $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$, $\overline{\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \bar{z}_1 \\ \bar{z}_2 \end{pmatrix}$,
- iv) Một số phức là số thực khi và chỉ khi $\bar{z} = z$,
- v) Nếu $\bar{z} = -z$ thì z là số thuần ảo.